

几个概念:

1. 前缀: 包含首位字符但不包含末位字符的字符串.

如: **abc** d nb
↓
为前缀

2. 后缀: 包含末位字符但不包含首位字符的字符串

3. next 数组定义:

主串与模式串某位不匹配时
模式串退回的位置.

如: **aba**abc (主串) ^{→ 不匹配}
abc (模式串)
1 2 3

注: next[] 下标从1开始

则根据定义 next[3] 应为 1

ab a a b c

ab c

↑

$j=1 = \text{next}[3]$

4. next(j) 值的计算公式:

第 j 位字符前 j-1 位构成串的

的前后缀重合字符数 + 1

(Max)

如: ab a a b c a c.

↓
3

1 2 3 4 5 6 7 8

进一步解释:

如果 $\text{next}(b) = 3$ 表明

若主串与模式串在^(b)处不匹配时

应返回模式串的第三位开始:

如: $abaa**b**abca$

$abaa**b**c$



$(ab)aa**b**c$

↑
第三位

KMP 算法分析:

对于主串的遍历 **保证不回溯**,
遇到不匹配的,通过引用
**next 函数来找到模式串的对
应位置**,重新进行匹配,
直到匹配成功,或者遍历
结束仍未匹配成功.

next 函数分析:

a	b	a	a	b	a	b	c	a
<u>a</u>	<u>b</u>	a	a	b	c			

本质: 找最长的相同前后缀

当然，这里的前后缀可以有交集也可无交集，

如：abab，aba，ababa

注意到 $next[i]$ 只与模式串本身有关，下面分析 $next[i]$ 的求法：

对于模式串

$t_1 t_2 t_3 t_4 \dots t_{n-2} t_{n-1} t_n$

先考虑极端临界情况：

① 对于模式串的第 1 位，其意义为第 1 位就不匹配，那么

又能从模式串的第一位和主串
串的下一位重新比较

$(i++; j++) \Rightarrow$ 为了方便代

码统一, 令 $j++ = 1$

则只需证 j 重新比较值为 0

$\Rightarrow \text{next}[0] = 0$

(如: $\begin{array}{cccccc} a & b & c & d & a & b \\ & & a & b & d & \end{array}$)

$\Rightarrow \begin{array}{cccccc} a & b & c & d & a & b \\ & & a & b & d & \end{array}$

1 → 如果与第一位不同

② 对于模式串的第二位，其
意义为第二位不匹配而第
一位匹配，那么应该将模
式串的第一位与主串的该
位比对，也对应着模式
串的子串为一个字符时，前
后缀相同的最大长度为 0，

令 $\text{next}[1] = 0 + 1 = 1$ 即可。

如： $abca \Rightarrow abca$
 $\quad \quad \quad ba \quad \quad \quad ba$

如果与第一位相同:

那么应该将模式中第一位与主串下一位对比, 如:

a	b	c	a	b	→	a	b	c	a	b
	b	b						b	b	

那么由①可知令 $next[i] = 0$

更方便统一处理

注: 在未修正的 $next$ 中, 将
第二位统一设置为 1

③ 对于模式串的最后一位:

$t_1 t_2 \dots t_{n-2} t_{n-1} t_n$

$\text{next}[1] [2] \dots [n-2] [n-1] [n]$

考虑 $\text{next}[n-1]$:

$t_1 t_2 \dots t_{L_{\max}} t_{L_{\max}+1} \dots t_{n-2} t_{n-1}$

表示 $t_1 \sim t_{n-1}$ 的相等的最长

长为 $\text{next}[n-1] - 1 = L_{\max}$

next 含义

现在加入 t_{n-1} , 那么其实只

需要考虑 $t_{L_{\max}+1}$ 与 t_{n-1} 是

否相等即可:

(1) 若 $t_{L_{max}+1} = t_{n-1}$,

那么 $next[n] = (L_{max}+1) + 1$
 $= next[n-1] + 1$

例: $abab$ a 与 $t_{next[4]}$
next 0 1 1 2 3 $= t_2 = b$
相
等
↓
↓ $next[4] + 1$

(2) 若 $t_{L_{max}+1} \neq t_{n-1}$ 全长 $L_{max}+1$

也即 $t_1 \dots t_{L_{max}}$ $t_{L_{max}+1}$

$t_{n-1-L_{max}}$ t_{n-2} t_{n-1}

在此基础上接着找最长的相等

前后缀:

那么关键点在于 t_{n-2} 应该与前缀

的第 n 位开始重新匹配，
→ 方便利用 next

这里固定 $t_1 \dots t_{L_{max}} t_{L_{max}+1}$

移向 $t_{n-1-L_{max}} \dots t_{n-2} t_{n-1}$ ，

那么不难发现，只需找到

$$t_1 \dots t_{L_{max}} = \text{next}[n-1] - 1$$

最长的相等前后缀长度

$$\text{即为 } \text{next}[\text{next}[n-1]-1] - 1 = \text{next}[k] - 1$$

$$\text{即 } t_1 \dots t_{\text{next}[k]-1} t_{\text{next}[k]}$$

$$t_{pos} \dots t_{n-2} t_{n-1}$$

注意此时仍需继续考虑 t_{n-1} !

那么只有两种结果:

$$t_{\text{next}[k]} = t_{n-1} \text{ 和 } t_{\text{next}[k]} \neq t_{n-1}$$

继续上述操作即可,

令 $k = \text{next}[k] - 1$, 判断 $t_{\text{next}[k]}$ 和 t_{n-1}

下面考虑上述操作的终止条件:

① $t_{\text{next}[k]} = t_{n-1}$

$$\begin{aligned} \text{那么 } \text{next}[n] &= (\text{next}[k] - 1) + 1 + 1 \\ &= \text{next}[k] + 1 \end{aligned}$$

② $next[k] = 1$, 且 $t_1 \neq t_{m_1}$

所以 $next[n] = 0 + 1 = 1$

至此, KMP 算法分析结束.

附 next 算法进阶: (未学完)

```
void get_next(SString T, int next[])  
{//求模式串 T 的 next 函数值并存入数组 next
```

```
    i=1; next[1]=0; j=0;
```

```
    while(i < T[0])
```

```
    {
```

```
        if(j==0 || T[i]==T[j]){++i; ++j; next[i]=j;}
```

```
        else j=next[j];
```

```
    }
```

$next[+i] = ++j -$



初始化: $next[1]=0, i=1, j=0$

$\Rightarrow next[2]=1, i=2, j=1$

求 $next[3]$, 判断 $T[2]$ 与 $T_{next[2]} = T[1]$

$T[2] = T[1], next[3] = next[2] + 1 = 2, j = 2$

$T[2] \neq T[1],$ 判断 $T[2]$ 与 $T_{next[1]}$

$j=0 \Rightarrow next[3] = ++j = T[0]$

$= 1, j = 1$

★ $next[+i] = ++j$ 保此 (值)

★ 下一位 next 时, j 为 $i-1$ 的 next

附KMP算法模板:

```
1. int Index KMP (SString S, SString T, int pos){
2.   i=pos, j=1; S, strlen T, strlen
3.   while (i<S[0] && j<T[0]) {
4.     if (j==0 || S[i]==T[j]) { i++;j++; }
5.     else j=next[j]; // i不变, j后退
6.   }
7.   if (j>T[0]) return i-T[0]; // 匹配成功
8.   else return 0; // 返回不匹配标志
9. }
```

↓
 $j=0$ 表明 i 和 j 都移了一位
再匹配之